UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Alexandre Bueno Inserra

"Modelagem, Análise Dinâmica e Simulação de Suspensões Automotivas."

Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Mecânica
Projeto e Fabricação

Trabalho de Formatura

Orientador: Celso Pupo Pesce
Coordenador: Edson Gomes

São Paulo, Dezembro de 1997

aprovado

Agradecimentos

A conclusão de um trabalho de formatura ganha um sentido figurado que vai muito além de simplesmente organizar as idéias pesquisadas referentes a uma tema proposto. Simboliza o final de uma etapa que, por muito tempo, parecia que não mais teria fim, mas que sempre foi o objetivo tão sonhado de todo um processo educacional, e do qual ainda faz parte.

Por isso, terminar um trabalho de formatura significa, antes de mais nada, vencer a última barreira da formação acadêmica teórica, a partir do que, está estabelecido que o formando está apto a iniciar sua carreira propriamente profissional. É um grande marco ! E assim sendo, todo o seu contexto pessoal acaba sendo inevitavelmente trazido à tona.

Finalmente chegou o momento de olhar com orgulho para trás e verificar que um grande esforço, feito por vários anos, mostra seu primeiro fruto. É um instante para despertar orgulho, mas é também uma situação propícia para que sejam feitas algumas observações.

Comemoro esta realização pessoal impagável, mas ao mesmo tempo, lamentando o fato de eventos como estes serem tão socialmente destacados, justamente por ocorrerem tão isoladamente no contexto social do Brasil.

Em nenhum momento admitirei que questionem o mérito conquistado, atribuído (também) a qualidades e esforços pessoais, mas seria injusto não observar que há milhões de pessoas dotadas dos mesmos talentos, e que nunca terão esta chance, simplesmente, porque não tiveram outras mais básicas, nas etapas anteriores de suas formações pessoais.

Não se pretende fazer aqui nenhuma discussão social. Apenas gostaria de deixar registrado que lamento a realidade social brasileira, e ao mesmo tempo afirmar que torço por sua melhoria, pois a sensação da qual desfruto é muito gostosa para ser vivida por tão poucos. Não tenho dúvidas de que investimentos maciços em Educação são mais do que necessários, por serem a única saída para esta triste situação.

Seria injusto também restringir esta conquista à minha figura pessoal exclusivamente. Acho que as conseqüências desta conquista trarão à minha realização pessoal, seu maior benefício. Mas não é somente minha. Note que a diferença entre a Conquista, e o que virá depois é muito sútil.

As conseqüências para minha formação pessoal são óbvias, mas que a Conquista não é só minha, isto precisa ser bem esclarecido. Entrego este trabalho graças aos fatores acima citados, mas tão fundamentalmente quanto aqueles, está posicionada a situação amplamente propícia para que eu realizasse tudo isto.

E isto eu devo a todos os que me cercaram, desde que comecei, e a todos aqueles que vieram a me cercar, dando-me aí, todo o tipo de apoio que, uma empreitada como é a Vida, requer.

Devo assim, um especial agradecimento a meus pais Sílvia e Antonio, que apesar das diferenças, somaram-se para ser a maior contribuição na minha formação.

Agradeço infinita e igualmente a minha avó Clarisse, que mostrou, ao longo de **sua** vida, dedicação imensurável à **minha** vida. Agradeço a Deus por tê-la tido comigo sempre, e em especial, neste momento. "Vovó, você vai estar sempre na minha mais doce lembrança."

Agradeço igualmente a todos os meus familiares, que sempre torceram e acreditaram em mim.

Agradeço imensamente a todos os meus amigos, que são poucos, mas que são grandes demais, para nunca serem esquecidos. Agradeço especialmente ao Rafael Alves Guimarães, fonte de grande inspiração para continuar tentando, amigo fiel que muito me incentivou, assim como ao Fábio Eduardo Fujimura, exemplo de um grande personalidade, que resolvi seguir. "Valeu, a todos os 'Bests' !"

Agradeço muito ao amigo e professor Dr.Celso Pupo Pesce, pelo brilhantismo como se dedicou à minha orientação e às minhas inúmeras dúvidas, na confecção deste trabalho. Agradeço por ter aceitado meu convite, por ter acreditado que poderíamos fazer um bom trabalho, e por ter diretamente me ajudado.

Agradeço a todos os meus colegas de trabalho na Metal Leve, em especial ao Sr.Marcos Clemente, por ter apostado e confiado na minha formatura, e pelo espaço concedido para que realizasse as atividades pertinentes. Agradeço igualmente ao Sr.Luis Miguel Valdés López, pela chance de estágio concedida entre 1995 e 1996, e pelo apoio na elaboração deste trabalho.

Agradeço à General Motors do Brasil, muito bem representada pelo Engenheiro Volney Mesquita Júnior, da área de Engenharia de Chassi de Pick-Ups Compactas, que de maneira bastante prestativa, soube entender o caráter didático deste trabalho, e se pôs à disposição para fornecer informações de projeto bastante úteis, no sentido de ilustrar os parâmetros envolvidos, o que possibilitou aproximar este trabalho da realidade de um automóvel comercial.

Finalmente, agradeço a todas as pessoas que, de alguma forma envolveram-se comigo nestes últimos meses. Este trabalho é um resultado global de apoios e de esforços. A todos, muito Obrigado !

Resumo

Este trabalho faz uma análise dinâmica dos componentes básicos existentes em suspensões automotivas. Tal estudo consistiu em deduzir, através dos conceitos de Mecânica Analítica, as equações diferenciais de Lagrange que descrevem o comportamento de tais sistemas, organizá-las em sistemas matriciais, para que finalmente pudessem ser simuladas por diagramas de blocos, com o software **MATLAB-SIMULINK**. Esta metodologia foi aplicada para dois casos distintos: o primeiro deles é um sistema plano com quatro graus de liberdade, que procura representar esquematicamente um conjunto traseiro de uma pequena camionete. O segundo caso trata um problema semelhante, com a diferença de ser tridimensional, e com um grau a mais de liberdade, onde o conjunto dianteiro também é considerado.

Sumário

Resumo 1

Capítulo I 3
(Motivação, Introdução e Objetivos Propostos, Conclusões Gerais)

1 - Motivação 4
2 - Introdução e Objetivos Propostos 6
3 - Conclusões Gerais 10

Capítulo II 12
(Sistemas Lineares, Metodologia de Simulação)

1 - Sistemas Lineares 13
2 - Metodologia de Simulação 19

Capítulo III 24
(Primeiro Simulador)

1 - Apresentação 25
2 - Equações 28
3 - Sistema Matricial e Diagrama de Blocos 31
4 - Correção do Modelo 34
5 - Simulações Realizadas 36
6 - Resultados Obtidos 40

Capítulo IV 46
(Segundo Simulador)

1 - Apresentação 47
2 - Sistema Matricial e Diagrama de Blocos 49

Bibliografia 51

Apêndice - Dados Ilustrativos 52

Capítulo I

(Motivação, Introdução e Objetivos Propostos, Conclusões Gerais)

1 - Motivação

As possibilidades de aplicações no campo veicular dos conceitos teóricos expostos durante o curso ainda é a maior fonte de atração de tantos jovens estudantes para graduação na área de Engenharia Mecânica.

Na Escola Politécnica, em função do caráter multidisciplinar conferido aos cursos, e da preocupação constante de ensinar os conceitos teóricos básicos dos diversos temas expostos, boa parte daqueles estudantes vê-se, de certa forma, frustada por não visualizar vínculo prático imediato das disciplinas apresentadas, com a área de veículos.

No caso meu caso particular, isso não ocorreu de forma diferente. Tinha, desde cedo, bastante anseio de associação profissional com a área veicular; esse foi o maior estímulo para o ingresso no curso de Engenharia Mecânica. Posteriormente, já no início do quarto ano, acabei conseguindo um estágio junto à Metal Leve S/A. A realização das atividades relacionadas com o estágio foram fundamentais para que eu continuasse determinado a concluir o curso, (na época, sentia algum desânimo em relação à Faculdade). Detentora de tecnologia de ponta em diversos temas relacionados a Metalurgia e Mecânica, a Metal Leve destacava-se pelos trabalhos realizados pelo seu Centro de Tecnologia em Santo Amaro, São Paulo, onde funcionava a área de Modelagem Matemática e Simulação. Havia um apelo econômico muito forte que justificava a criação e custeio da área de MMS pela empresa: os gastos com sistemas computacionais e corpo de engenheiros habilitado a operá-los era significativamente inferior aos custos anteriormente gerados pela construção deliberada de protótipos de componentes, que muitas vezes se mostravam não

satisfatórios. Os modelos gerados em simulação traduziam muito de perto os resultados reais que seriam obtidos em situações reais. Assim era possível selecionar quais protótipos eram realmente passíveis de construção.

Em um ano de trabalho na área de MMS, fui apresentado a diversas técnicas de modelagem e simulação, destacando-se o software comercial de elementos finitos, "ANSYS", e algoritmos do tipo "cycle-simulator", muitos deles desenvolvidos pelo próprio Centro de Tecnologia.

Na época do meu desligamento, havia iniciado um trabalho de simulação de fadiga para pistões automotivos que, originalmente, deveria ser tema de um trabalho de formatura.

O que foi exposto serviu para mostrar que era praticamente óbvia a escolha de um tema para trabalho de formatura não muito distante da área de veículos. Não sabia exatamente pelo que optar, mesmo porque as possibilidades eram imensas. Mas o assunto deveria ser automotivo. Por outro lado, (e ainda sem "unir as peças"), a imagem de voltar a trabalhar com modelagem e simulação era muito bem recebida; mesmo porque, isto implicaria uma utilização obrigatória de ferramentas computacionais, outro objeto de bastante interesse pessoal.

Foi neste cenário de definição parcial, que procurei o então Professor Doutor Celso Pupo Pesce, (atualmente Professor Livre Docente da EPUSP), convidando-o para orientação deste Trabalho de Formatura; sua aceitação deu-se de imediato, sugerindo o tema aqui exposto.

2 - Introdução e Objetivos Propostos

Cada vez mais, as técnicas de simulações numéricas computacionais têm colaborado no desenvolvimento de projetos de Engenharia. As vantagens de projetarem-se produtos ou sistemas, envolvendo o emprego dessas ferramentas, tornaram-as bastante atraentes, em relação a um projeto tradicional baseado unicamente em testes de protótipos. Assim, consegue-se boa economia de recursos, e ao mesmo tempo, uma considerável agilidade para obtenção das versões, que estarão muito mais próximas da proposta final do produto, e em um espaço de tempo bastante menor.

Sistemas de suspensões são dinamicamente bastante complexos; dependem de um enorme conjunto de variáveis geométricas e de parâmetros construtivos, que combinados devem buscar a obtenção de um difícil conjunto de objetivos quanto à resposta do veículo às inúmeras situações de terrenos, traçados de percurso, e estilos de condução, com a constante tarefa de unir desempenho, (estabilidade, e portanto, segurança), com um desejado nível de conforto aos passageiros.

O escopo deste trabalho é o estudo do comportamento dinâmico de suspensões automotivas. Visa a aplicação de técnicas de modelagem e simulação através de ferramentas computacionais, para que se possam construir modelos simplificados, bem calibrados, e que portanto, reproduzam, com razoável nível de confiabilidade, a reação de sistemas de suspensões a diferentes estímulos que os excitem.

Portanto, a finalidade não é projetar nem se ater a detalhes construtivos de um ou outro sistema. Principalmente, a intenção foi estudar como alguns desses parâmetros afetam o comportamento dinâmico de um conjunto. A proposta central é a

análise da sensibilidade de alguns modelos, perante a variação de grandezas como: momentos de inércia e massas de componentes, constantes de molas e de amortecedores, comprimentos de barras, e posições relativas de componentes. Além disso, buscamos resultados que descrevessem o comportamento de sistemas perante a aplicação de excitações dinâmicas típicas das encontradas em situações práticas.

Partimos de um modelo inicial bastante simplificado, plano, e com quatro graus de liberdade, cuja função foi a familizariação com a técnica de modelagem empregada. A evolução do estudo se deu pela consideração de um modelo tridimensional, dotado de cinco graus de liberdade, onde os conjuntos dianteiro e traseiro de suspensão são independentemente considerados, mas acoplados através do modelo de corpo rígido do veículo.

Um mesmo sistema pode ser modelado de diversas maneiras distintas, variando-se o nível de simplificação a que se quer chegar. Quanto o maior a quantidade de detalhes, mais fiéis serão os resultados, pagando-se por isso, com uma maior dificuldade na obtenção e resolução dos sistemas de equações que descrevem o comportamento mecânico. Desta forma, o objetivo também acaba recaíndo sobre o desenvolvimento da sensibilidade e maturidade para técnicas de modelagem.

Utilizamos uma abordagem segundo Mecânica Analítica para obtenção das equações que descrevem os movimentos; tal método parte da forma genérica da Equação de Lagrange, que faz um tratamento dos problemas sob o prisma das variações diferenciais das diversas formas de energia mecânica presentes nos sistemas, analisando parcelas cinéticas e potenciais (gravitacionais e elásticas), e atribuíndo tais variações aos elementos dissipativos, como é o caso ilustrativo dos

amortecedores. Este tipo de abordagem é muito mais ágil, se comparado às técnicas tradicionais provenientes da Mecânica Clássica.

Resumidamente, podemos citar como tendo sido os objetivos deste trabalho:

- Estudo e compreensão de alguns sistemas de suspensões automotivas.
- Construção de modelos simplificados de suspensões, através de elementos básicos como barras, molas e amortecedores.
- Equacionamento matemático dos modelos, segundo a abordagem de Mecânica Analítica (Equações de Lagrange); obtenção dos sistemas matriciais das equações diferenciais homogêneas dos modelos estudados. Resolução dos sistemas de equações em ferramentas computacionais do tipo "solver" , através de técnicas de diagramação em blocos.
- Determinação das freqüências naturais dos movimentos dos modelos, através da obtenção dos autovalores dos sistemas matriciais obtidos.
- Introdução de parcelas equivalentes a forças externas e simulação do comportamento dos modelos perante a aplicação de excitações decorrentes de perfis de terreno.
- Análise da sensibilidade dos modelos a alterações de parâmetros construtivos e de detalhes geométricos.
- A utilização do "software" **ADAMS/VEHICLE** foi apresentada inicialmente como sendo uma sugestão bastante boa do Professor Celso Pesce, mas que não foi alcançada em função de problemas burocráticos no sentido de obtenção da respectiva licença de uso junto à empresa cedente dos direitos. Teria tido um caráter bastante

positivo no sentido de calibração dos modelos e também do próprio aprendizado desta importante e poderosa ferramenta computacional.

3 - Conclusões Gerais

Através das técnicas de simulações citadas, obtiveram-se dois simuladores computacionais, implementados com diagramas de blocos, através do produto comercial **MATLAB-SIMULINK**, sendo o primeiro para o sistema plano inicialmente proposto, e o último para o sistema tridimensional final, com quatro e cinco graus de liberdade, respectivamente.

Os dois simuladores foram bastante testados. Ficou claro que funcionam apresentando resultados bastante bons, coerentes com o que era esperado, tanto qualitativamente, como a nível quantitativo. Os simuladores e alguns destes resultados poderão ser utilizados futuramente.

A técnica que envolve a aplicação da Teoria de Mecânica Analítica, através das Equações de Lagrange, é extremamente versátil no sentido de permitir a inserção ou adição de novas parcelas aos modelos originais, uma vez que as equações diferenciais que descrevem o comportamento dos sistemas podem ser facilmente escritas sob o formato matricial. Nas matrizes obtidas ficam claras quais são as parcelas responsáveis por cada componente mecânico do sistema, a partir do que, inserir ou remover elementos não implica uma necessidade de se rededuzir todo o equacionamento original.

Uma vez deduzidas as equações e obtidos os sistemas matriciais correspondentes, os simuladores estavam prontos para serem montados. E novamente, foi dedicada especial atenção à generalização do problema. Um arquivo de texto de *set-up*, contendo as informações pertinentes é carregado antes de cada simulação, o que aumenta ainda mais a facilidade de operar diferentes simulações:

para que uma nova simulação seja realizada, basta que se altere o arquivo de entrada correspondente, sem que haja necessidade de se promoverem grandes mudanças no simulador, que é totalmente escrito na forma literal. Portanto, se desejarmos comparar o comportamento de um sistema de suspensão submetendo-o a um mesmo perfil de estrada, mas com diferentes coeficientes de amortecimento, basta que se alterem os parâmetros correspondentes, (tantos quantos forem), no arquivo de configuração, e o simulador gerará os resultados independentemente.

Pessoalmente, acredito que este trabalho superou suas expectativas didáticas. Paga-se um grande preço em realizar-se a dedução de um sistema de equações diferenciais de Lagrange, com cinco, ou até mesmo com quatro graus de liberdade. Porém, uma vez feitas as deduções, o sistema pode ser muito explorado, e o processo empregado é definitivamente compreendido. Havendo a necessidade de se deduzir um sistema dinâmico diferente, a técnica a ser empregada é exatamente a mesma estudada aqui.

Aliás, os próprios modelos aqui estudados podem ser alvo futuro de um estudo mais aprofundado, a fim de que se consigam maior realismo e riqueza de detalhes. Os simuladores propostos estão aptos a resolver problemas de otimização de projetos. Neste estudo não havia uma preocupação específica com qualquer variável de resposta do sistema, de forma que todo o trabalho foi feito sem preocupação concreta de resultados, em cima de uma ou outra variável. Porém, se surgir interesse acadêmico ou comercial, os estudos aqui iniciados poderão ser futuramente retomados.

Capítulo II

(Sistemas Lineares, Metodologia de Simulação)

1 - Sistemas Lineares

Embora os sistemas de suspensões automotivas, na prática, não sejam exatamente lineares, os sistemas tratados por este trabalho são aproximados e considerados lineares. Mesmo que consideremos os sistemas mais complexos a que este estudo poderia atingir, pensando em casos de modelos tridimensionais com até 10 ou 12 graus de liberdade, ainda sim, estaríamos falando a respeito de sistemas lineares, a respeito do que cabe fazer algumas considerações de caráter teórico. O conhecimento da teoria dos sistemas lineares é indispensável para entender o comportamento dos processos dinâmicos aqui estudados.

Um sistema, por definição, é uma coleção de componentes interligados em que está especificado um conjunto de variáveis dinâmicas chamadas entradas, ou excitações, e um outro conjunto de variáveis chamadas respostas, ou saídas. Qualquer análise do sistema terá como objetivo determinar como tal coleção de componentes se comporta quando sujeita a uma excitação ou a um conjunto de excitações. As análises começam com a identificação das características conhecidas dos componentes individuais, representadas por expressões matemáticas, (modelos), e depois as combina para obter uma caracterização conveniente do sistema, por meio da qual a resposta possa ser calculada.

Em geral, representam-se as entradas de um sistema pelo conjunto $x_1,x_2,x_3,...,x_n$, e por $y_1,y_2,y_3,...,y_n$, as saídas do mesmo sistema; estes conjuntos de variáveis são respectivamente denominados vetores de entrada e saída do sistema. A fim de não carregar demais a notação dos elementos envolvidos, costuma-se representar o conjunto das entradas simplesmente por **x**, e o conjunto das saídas por **y**. As entradas

e saídas, podem ser quaisquer quantidades físicas, sendo que o número de entradas e de saídas não precisam ser, (e geralmente não são), iguais.

A relação entre o vetor de entrada e o vetor de saída é escrita genericamente:

$$\mathbf{y = Hx}$$

que deve ser lida: **y** é a resposta **H** a **x**.

Nos casos estudados por este trabalho, lidaremos com sistemas representados matematicamente por n equações diferenciais ordinárias de até segunda ordem, onde n representará o número de graus de liberdade associado ao sistema.

Trataremos ainda de sistemas classificados como concentrados, que significa dizer que seu comportamento é governado por um conjunto de equações diferenciais ordinárias.

Uma matriz **A** quadrada de ordem n e de elementos constantes e reais, quando multiplicada por um vetor qualquer **v**, fará a sua transformação linear para um outro vetor **w**, segundo o produto matricial:

$$\mathbf{w=Av}$$

O escalar λ, que pode ser real ou complexo, mas que satisfaça à relação:

$$\mathbf{Au} = \lambda\mathbf{u}$$

é denominado autovalor de **A**, e o vetor **u** não nulo, autovetor da mesma matriz **A**. A determinação dos autovalores de **A** é conseguida através da própria relação dada acima e que os define:

$$\mathbf{Au} = \lambda\mathbf{u} \therefore \mathbf{Au} - \lambda\mathbf{u} = 0 \therefore (\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

Esta equação matricial descreve um sistema de equações algébricas linear e homogêneo. Para que existam soluções não triviais é necessário e suficiente que:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (2)$$

A imposição de valor nulo a este determinante nos levará a um polinômio característico, e a uma equação característica da matriz **A.** Com essa nomenclatura, podemos afirmar que: os autovalores de uma matriz **A** são as raízes de sua equação característica, ou os zeros do polinômio característico.

Os autovalores dos sistemas estudados aqui terão parte real e parte imaginária, correspondendo, respectivamente às suas constantes de tempo de decaimento, e à suas freqüências naturais de vibração.

Os autovetores, por sua vez, determinam-se a partir de (1) com λ substituído por um dos autovalores.

Para a obtenção destes autovalores é necessário que achemos a solução da equação característica dada por (2):

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0.$$

É necessário, inicialmente, que determinemos, para o caso particular deste modelo, quem é a matriz **A**, a partir da equação matricial que define o sistema:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{Q} \,.(*)$$

Ora, como o sistema está na forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{f(t)}\,,$$

sabemos, da teoria de resolução de equações diferencias, que a respectiva solução típica será dada por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}_{\mathbf{o}}(\mathbf{t}).e^{i\omega t} \Rightarrow \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{x}_{\mathbf{o}}.e^{i\omega t} \Rightarrow \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = i\omega.\mathbf{x}_{\mathbf{o}}.e^{i\omega t} = i\omega.\mathbf{x}(\mathbf{t}) \Rightarrow \ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = -\omega^2\mathbf{x}(\mathbf{t})$$

portanto, podemos reescrever o sistema em função de **x**:

$$-\omega^2.\mathbf{M}\mathbf{x} + i\omega.\mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{f(t)}\,,$$

que é equivalente a escrever:

$$[-\omega^2.\mathbf{M} + i\omega\mathbf{B} + \mathbf{C}].\mathbf{x}_o.e^{i\omega t} = \mathbf{f}_o.e^{i\omega t},$$

portanto:

$$\mathbf{x}_o = [\mathbf{A}]^{-1}.\mathbf{f}_o, \text{ onde : } [\mathbf{A}] = [-\omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{B} + \mathbf{C}]$$

A obtenção das n equações diferenciais dos sistemas estudados será possibilitada pela forma geral da Equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}i}\right) - \frac{\partial L}{\partial qi} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}i} = 0$$

onde:

- *i* é o índice das coordenadas generalizadas descritas para cada modelo.
- *L* é o "Lagrangiano" do sistema; definido pela relação: L = T-V.
- T totaliza a energia cinética do sistema.
- V totaliza a energia potencial do sistema.
- *R* é a parcela dissipativa do sistema; em geral traduzida pela atuação de amortecedores, (*damping*).

A dedução das equações de Lagrange para cada coordenada generaliza resultará num sistema matricial representado por:

$$\mathbf{M\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = f(t)}$$

A resolução deste sistema homogêneo, ou seja, para $\mathbf{f(t)} = 0$, (sistema sem forçante), significa extraír os autovalores do sistema linear, que fisicamente nos fornecerá as freqüências naturais de vibração do sistema, além de sua constante de tempo de decaimento. E é a partir deste ponto que as ferramentas computacionais apresentam bastante utilidade; com "solvers" como o **MATLAB** é possível obter diretamente os autovalores de qualquer sistema linear na forma matricial. A desvantagem dessa ferramenta é que a mesma não resolve o sistema na forma literal. Assim, é necessário que seja adotado um caso particular para o estado do sistema, se quisermos utilizar tal ferramenta; é preciso que sejam admitidos os valores das constantes de molas e de amortecimento, das massas e dos momentos de inércia, além das constantes geométricas envolvidas. No caso de problemas mais simples, (com poucos graus de liberdade), no entanto, a obtenção analítica direta destas soluções não é tarefa impossível sem o emprego de ferramentas matemáticas tão sofisticadas. Aliás, nesses casos, será melhor resolvermos o problema literalmente, sem auxílio computacional, do que obtermos soluções para casos particulares sem tais ferramentas.

Por outro lado, se quisermos ir além, sem nos ater aos sistemas homogêneos, a parcela forçante pode ser imposta como sendo uma função temporal conhecida, ou ainda calculada por procedimentos numéricos como "Método dos Mínimos Quadrados"

ou "Teoria de Splines" para representar uma amostra de dados observados em situações práticas, ou ainda, levantada realmente, através de acelerômetros, a exemplo dos trabalhos já realizados pela DERSA, onde os perfis de diversas estradas foram registrados para fins semelhantes. A resolução dos sistemas não homogêneos no domínio da freqüência nos traduzirá o comportamento dinâmico do sistema para este tipo de excitação. Assim, podemos computacionalmente alterar os parâmetros envolvidos , até que o comportamento final do sistema esteja próximo ao de níveis desejados para os mais diferentes fins. Atingimos, então, o conceito real de simulação. A exploração desta técnica traduz-se em otimizar os sistemas estudados, e tem se mostrado cada vez mais presente na indústria mecânica, uma vez que gera economia de custos com protótipos e testes.

2 - Metodologia de Simulação

De posse do sistema matricial, o diagrama de blocos deve ser montado através do **SIMULINK**, que é acionado na janela de *prompt* do **MATLAB**. A interface do **SIMULINK** com o usuário é bastante intuitiva. O programa oferece blocos padrões, que o usuário seleciona livremente, inserido-os na sua área de trabalho. Uma vez definido um novo bloco, deve-se executar um duplo click sobre o mesmo, para que o programa abra uma pequena tela com informações pertinentes a serem preenchidas. Em seguida, o bloco inserido deverá ser ligado a um próximo bloco, e assim por diante, até que se feche o ciclo desejado, como mostra a figura abaixo:

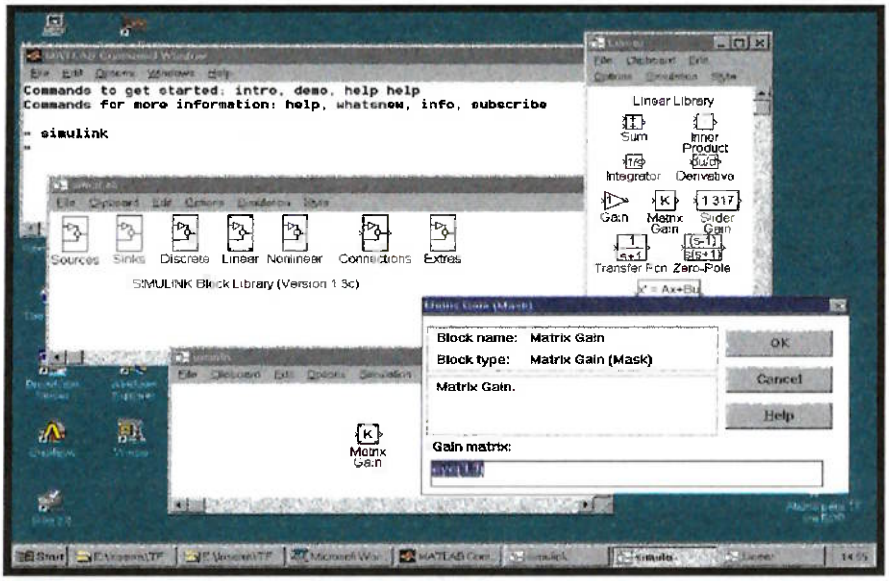

Figura 1 - Exemplo de tela com os programas **MATLAB-SIMULINK** sendo utilizados para montagem de um simulador.

Observo que as ferramentas oferecidas pelo programa são bastante abrangentes, contendo muito mais recursos do que este trabalho requeria. É uma

ferramenta de simulação muito boa, principalmente considerando-se seu preço, e que funciona em qualquer ambiente **Windows**.

O sistema em blocos que se deve montar deve ser totalmente literal; na definição do mesmo, insere-se a informação de que a as operações de multiplicação pelas matrizes de ganho estavam sendo feitas por literais. Assim, o programa só pode simular o comportamento do sistema, se valores numéricos fossem inseridos. E isto é efetivamente conseguido através da leitura de um arquivo texto, onde os valores de cada variável são explicitamente informados. Esta é a grande vantagem da implementação de um simuador como este, ao invés da resolução manual do sistema. O trabalho de dedução de equações é bastante difícil e demorado, mas uma vez de posse de um diagrama de blocos como esse, inúmeras simulações podem ser geradas, apenas alterando-se o arquivo de configurações relativo ao sistema. Um exemplo deste tipo de arquivo é mostrado a seguir, de maneira bem simplificada:

```
%% Escola Politécnica da USP - Departamento de Engenharia Mecânica - Projeto e Fabricação
%% PMC 580/581 - Trabalho de Graduação - Orientador: Prof.Dr. Celso Pupo Pesce
%% "Modelagem, Análise Dinâmica e Simulação de Suspensões Automotivas" - 1997
%% Alexandre Bueno Inserra - N.USP: 2831685/92 -
%% Arquivo de Entrada para Simulação de Suspensões do tipo Hotchkiss
%% Constantes Geométricas e Parâmetros Físicos - Exemplo de Arquivo de Configuração

p = 2;                  %% Divisor da semi-largura no raio de giração          (adim.) (e)
C = 20000;              %% Constante de Amortecimento imposta dos amortecedores (N.s/m) (*)
a = 0.695;              %% Metade da distância entre os pneus traseiros        (m)     (*)
r = a/p;                %% Raio de Giração da massa do carro                   (m)   ce(*))
b = 0.47;               %% Metade da distância entre os feixes de molas        (m)     (*)
k1 = 203400;            %% Constante de Mola dos pneus                         (N/m)   (*)
k2 = 50000;             %% Constante de Mola do feixe de molas da susp.traseira (N/m)  (*)
m1 = 99;                %% Massa da barra de susp.traseira                     (Kg)    (*)
m2 = 511;               %% Massa do veículo sobre o conjunto traseiro (-) barra (Kg)   (*)
I1 = m1*((2*a)^2)/12;   %% Momento de Inércia da barra                      (Kg*m2)(c(*))
I2 = m2*(r^2);          %% Momento de Inércia do veículo                   (Kg*m2)(c(*,c))
g = 10;                 %% Aceleração da Gravidade                            (m/s2)  (e)
Cp = 100;               %% Constante de Amortecimento de um pneu              (N.s/m) (e)

%% Matrizes Calculadas para o Sistema
%% Matriz de Amortecimento (multiplica as velocidades)

B = [[2*C -2*C 0 0];[-2*C 2*C 0 0];[0 0 2*(c^2)*C -2*(c^2)*C];[0 0 -2*(c^2)*C 2*(c^2)*C]];

%% Matriz de Rigidez (multiplica os deslocamentos)

C = [[2*k1+2*k2 -2*k2 0 0];[-2*k2 2*k2 0 0];[0 0 2*k1*a^2+2*k2*b^2 -2*k2*b^2];...
     [0 0 -2*k2*b^2 2*k2*b^2]];

%% Matriz de Massa

M = [[m1 0 0 0];[0 m2 0 0];[0 0 I1 0];[0 0 0 I2]];

%% Vetor Peso

Q = [-m1*g;-m2*g;0;0];
W = inv(C)*Q;

%% Condições Iniciais

x0 =  [.3;1;0;0];  %% Posições Iniciais                    (m,m,rad,rad)
xp0 = [0;0;0;0];   %% Velocidades Iniciais                 (m/s,m/s,rad/s,rad/s)
```

Figura 2 - Exemplo de arquivo de configuração de um simulador.

As grandezas físicas apresentadas na forma de matrizes são definidas segundo o seguinte critério: as linhas de cada matriz são separadas por ';', e em cada linha, as variáveis são separadas por um espaço em branco. O caracter '%' indica o início de um comentário. Todas as grandezas foram escritas com suas respectivas unidades no Sistema Internacional de Unidades, dentro do espaço reservado para o seu comentário. Além disso, existe uma legenda que traduz a maneira como cada informação foi conseguida: a letra 'e' significa valor estimado, o símbolo '*' indica que o valor foi conseguido junto a algum fabricante, e a letra 'c', que o número apresentado foi calculado. Existem combinações entre as legendas; por exemplo, a simbologia 'c(*,e)' serve para informar que a grandeza física foi calculada a partir de um parâmetro fornecido por fabricante, e de outro estimado.

Na própria tela do simulador criado, existe alguns parâmetros de resolução do sistema que são utilizados pelos algoritmos internos de cálculo; por exemplo, pode-se optar pelo método numérico a ser empregado, escolher-se a tolerância exigida, os *steps* mínimo e máximo, o tempo total da simulação, etc. Se desejarmos um *step* mínimo relativamente grande, (da ordem de 10^{-3}), teremos de optar por métodos numéricos menos sofisticados, como por exemplo, *Linsim* ou *Euler*. É óbvio que tais processos de integração numérica são mais rápidos, mas podem gerar instabilidades matemáticas, que venham a comprometer os resultados gerados. Para corrigir este problema, é necessário adotarmos métodos de integração mais refinados como *Adams*, *Runge-Kutta 3*, ou até mesmo, *Runge-Kutta 5*. Porém, tais algoritmos exigem um *step* mínimo mais refinado, (da ordem de 10^{-6}), que acabam aumentando o tempo total de integração. A alteração dos parâmetros é feita pela interface apresentada abaixo:

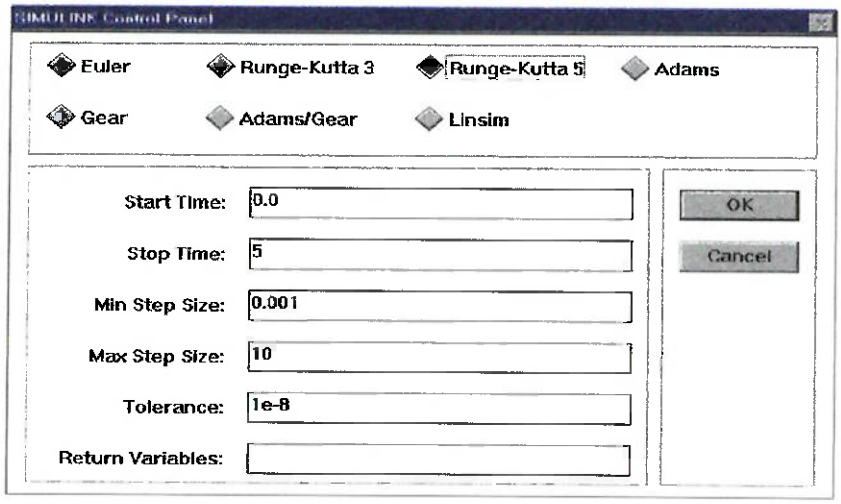

Figura 3 - Configuração dos parâmetros de simulação no **SIMULINK**.

A função do projetista deve ser buscar um compromisso entre um bom integrador numérico, (que esteja livre de ofereçer instabilidades matemáticas), sem que isto exija grandes tempos de processamento. Em geral nas simulações realizadas para este trabalho, utilizamos o método de integração de *Runge-Kutta 5*, com *step* mínimo de 10^{-3}, e tolerância de 10^{-8}, com as simulações realizadas entre 0 e 5 segundos.

Uma vez montado o diagrama de blocos e definidos os parâmetros físicos que irão compor o arquivo de configuração, a simulação já está pronta para ser disparada. Para tanto, é interessante que a memória do computador reservada ao **MATLAB** seja limpa, através do comando *clear*, digitado na tela de *prompt*. Em seguida, digita-se o nome do arquivo de configuração cujas informações são as desejadas para a simulação. Esta última etapa carrega para a memória todos os valores definidos no arquivo, com se cada linha do mesmo fosse executada individualmente. Com os

valores carregados, o usuário deve selecionar a opção *Simulation-Start* na tela do simulador, que inicia os sucessivos processos de integração numérica.

Concluída a simulação, o **SIMULINK** automaticamente envia para a área de trabalho do **MATLAB**, as matrizes de tempo e das coordenadas generalizadas, que poderão ser pós-processadas em gráficos, plotagens, planilhas, ou qualquer outra forma de apresentação.

Capítulo III

(Primeiro Simulador)

1 - Apresentação

O modelo inicialmente proposto foi equacionado utilizando as técnicas expostas no capítulo anterior.

Trata-se da modelagem de um sistema de suspensão do tipo "Hotchkiss", dotado de uma barra transversal onde estão acoplados um par de amortecedores, além de um par de feixes de molas, muito comum em veículos do tipo "pick-up" , como é o caso, por exemplo, das camionetes nacionais GM-S10 e GM-Blazer.

A ilustração do modelo é uma simplificação esquematizada deste sistema, "enxergando-o" por trás, imaginando-se isolado apenas o conjunto traseiro da suspensão, conforme o esquema a seguir:

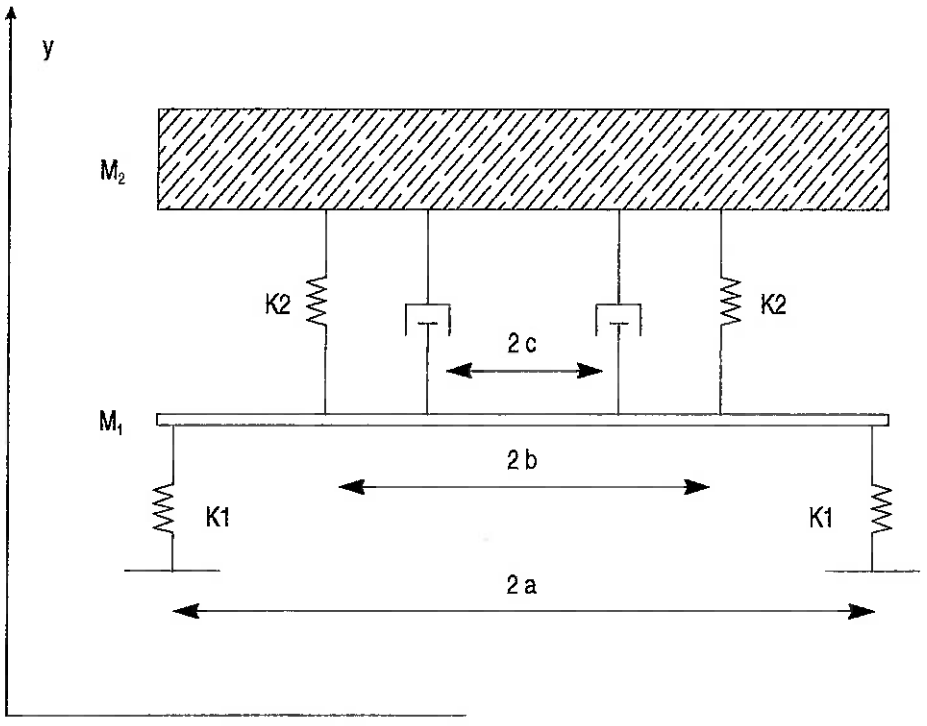

Figura 4 - Esquema mostrando o modelo utilizado para montagem do primeiro simulador.

Várias hipóteses e considerações para simplificação deste primeiro problema foram feitas, devendo ser igualmente consideradas no momento da interpretação dos resultados:

- O objetivo deste modelo é basicamente didático; não há preocupação em aproximação com a realidade. Buscam-se familiarização com Mecânica Analítica, revisão do equacionamento segundo Lagrange, e ilustração inicial dos tipos de problemas que serão estudados.
- O sistema é dotado de quatro graus de liberdade no total, sendo dois de caráter angular, (rotação dos corpos M_1 e M_2 em torno de um eixo ortogonal ao plano do sistema, e medidos positivamente nas posições dos seus centros de massa, considerando o sentido anti-horário como positivo), e dois de caráter potencial, (traduzindo a cota "y" dos mesmos baricentros. Essas variáveis serão as quatro coordenadas generalizadas para o Equacionamento segundo Lagrange: y_1, y_2, θ_1 e θ_2.
- Existe total simetria geométrica e construtiva do modelo: as massas estão bem distribuídas, amortecedores e molas em posições simétricas e admitidos exatamente idênticos; na prática este tipo de consideração é quase sempre verdadeira, embora componentes mecânicos idênticos, (inclusive de mesmo fabricante), possam apresentar constantes elástica e de amortecimento não exatamente iguais. Além disso não podemos desconsiderar o fato de que um passageiro a mais, ou qualquer objeto transportado acaba sempre alterando a posição

do centro de gravidade do veículo; estas variações observadas são desconsideradas neste trabalho.

- O comportamento dinâmico dos componentes é bastante simplificado: pneus são representados inicialmente por molas; os feixes de molas, por uma única mola de constante elástica equivalente, e os amortecedores, tendo apenas influências relativas às velocidades e de caráter unicamente de amortecimento. Existem maneiras muito mais elaboradas de representarem-se tais componentes; é sabido, por exemplo, que pneus também têm função de amortecimento, e também trabalham em outras direções não abordadas aqui, mas novamente vale lembrar o caráter didático deste modelo.

2 - Equações

Para a obtenção do sistema de equações diferenciais que representa o comportamento do modelo, devemos partir da forma geral da Equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}i}\right) - \frac{\partial L}{\partial qi} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}i} = 0$$

Como o sistema é dotado de quatro (4) graus de liberdade, teremos quatro equações diferenciais, escritas em função das quatro coordenadas generalizadas: $q_1 = y_1$; $q_2 = y_2$; $q_3 = \theta_1$; $q_4 = \theta_2$.

A parcela cinética, escrita em função dos parâmetros representados no esquema, fica:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 \dot{y}_1^2 + m_2 \dot{y}_2^2 + I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_2^2)$$

A parcela potencial tem componentes gravitacional e elásticas:

$$V = V_G + V_E$$

$$V_G = g(m_1 y_1 + m_2 y_2);$$
$$V_E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4.$$

Temos quatro parcelas de energia potencial elástica, uma para cada mola do esquema:

$$E_1 = \frac{1}{2}k_1(y_1 - \theta_1 a - l_1^0)^2;$$
$$E_2 = \frac{1}{2}k_1(y_1 + \theta_1 a - l_2^0)^2;$$
$$E_3 = \frac{1}{2}k_2\left[(y_2 - y_1) + b(\theta_1 - \theta_2) - d - l_3^0\right]^2;$$
$$E_4 = \frac{1}{2}k_2\left[(y_2 - y_1) + b(\theta_2 - \theta_1) - d - l_4^0\right]^2.$$

A parcela relativa ao "damping", por sua vez, é dada por:

$$R = \frac{1}{2}C\left[\dot{y}_2 - \dot{y}_1 + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)\right]^2 + \frac{1}{2}C\left[\dot{y}_2 - \dot{y}_1 + c(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\right]^2$$

Fazendo as derivadas conforme indicado na forma geral da Equação de Lagrange, em função das coordenadas generalizadas, teremos:

- Para ($q_1 = y_1$) :

$$m_1\ddot{y}_1 + m_1 g - 2k_2\left[(y_2 - y_1) - d - \left(\frac{l_3^0 - l_1^0}{2}\right)\right] + 2k_1\left[y_1 - \left(\frac{l_1^0 + l_2^0}{2}\right)\right] - 2C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0$$

- Para ($q_2 = y_2$) :

$$m_2\ddot{y}_2 + m_2 g + 2k_2\left[(y_2 - y_1) - d - \left(\frac{l_3^0 + l_1^0}{2}\right)\right] + 2C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0$$

- Para ($q_3 = \theta_1$) :

$$I_1\ddot{\theta}_1 + k_1 a(2\theta_1 a + l_1^0 - l_2^0) + k_2 b\left[2b(\theta_1 - \theta_2) - l_3^0 + l_4^0\right] + 2Cc^2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) = 0$$

- Para ($q4 = \theta 2$) :

$$I_2\ddot{\theta}_2 + k_2 b\left[2b(\theta_2 - \theta_1) - l_4^0 + l_3^0\right] + 2Cc^2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = 0$$

No sistema obtido acima, as parcelas do tipo "l_m^0" traduzem os comprimentos não deformados das molas índice "m", que foram considerados a fim de que pudéssemos tratar diretamente a parcela potencial elástica em função de uma variação de comprimento das molas.

Tais parcelas, assim como elementos geométricos constantes isolados como o termo "d" podem ser, para efeito de problemas de auto-valores, simplesmente "esquecidos" no momento de escrever o sistema na forma matricial. Teriam bastante utilidade prática quando fossemos estudar as possíveis interferências mecânicas.

3 - Sistema Matricial e Diagrama de Blocos

Desprezando-se os termos estáticos, e rearranjando as equações, obtemos o seguinte sistema matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{Q} \quad (*)$$

onde :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \ddot{y}1 \\ \ddot{y}2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2C & -2C & 0 & 0 \\ -2C & 2C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2c^2C & -2c^2C \\ 0 & 0 & -2c^2C & 2c^2C \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} (2k_1 + 2k_2) & -2k_2 & 0 & 0 \\ -2k_2 & 2k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (2k_1a^2 + 2k_2b^2) & -2k_2b^2 \\ 0 & 0 & -2k_2b^2 & 2k_2b^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -m_1 g & -m_2 g & 0 & 0 \end{pmatrix}^T ; \mathbf{x} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \theta_1 & \theta_2 \end{pmatrix}^T,$$

Tal sistema matricial nos fornece o diagrama de blocos feitos para o **MATLAB-SIMULINK** apresentado a seguir:

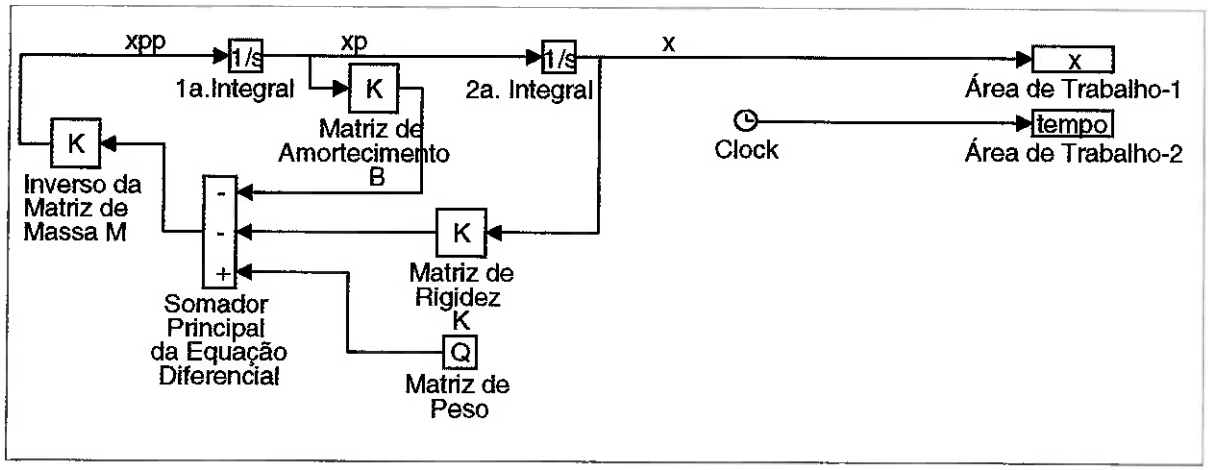

Figura 5 - Diagrama de blocos para o simulador 1, considerando o sistema homogêneo.

O diagrama representa exatamente o que nos diz a equação diferencial (*), onde "x" representa o vetor das coordenadas generalizadas de Lagrange, conforme descrito anteriormente, e cuja primeira derivada é representada acima pelo vetor "xp", assim como "xpp" representa um outro vetor contendo a segunda derivada. É importante que se note o caráter de realimentação imposto ao sistema. Ou seja, a posição calculada numericamente no lado direito do diagrama, além de ser memorizada pelo simulador para posterior mostragem na área de trabalho do **MATLAB**, também servirá para realimentar o próprio sistema na próxima iteração.

Para interpretarmos o que representa o diagrama a seguir, basta que nos foquemos sobre o elemento que representa a soma principal da equação diferencial: tal operador subtrai da excitação imposta pela matriz de peso, as contribuições de dissapação de energia pelos amortecimentos, (proporcional às velocidades), e pelas molas, (proporcional às posições).

A rigor, como o vetor da força peso é o único forçante, ele poderia ser um termo desprezado no sistema, fazendo com que o mesmo adquirisse uma configuração típica de sistemas homogêneas, como aliás é o caso deste sistema.

4 - Correção do Modelo

O modelo deduzido e para este primeiro simulador, como foi visto até aqui, é perfeitamente funcional, de modo que o simulador apresentado estaria apto a apresentar resultados. Porém, a hipótese de modelar os pneus apenas através de seu comportamento elástico foge bastante da realidade destes componentes. De fato, apresentarão constantes elásticas, e portanto, deve figurar na matriz de rigidez do sistema. Mas a verdade é que também conferem ao sistema um efeito de amortecimento, cujo desprezo acaba empobrecendo demais o sistema estudado. De acordo com tal simplificação, a parte inferior do sistema, (barra de suspensão), tenderia a oscilar eternamente, já que não estaria sujeita a nenhum tipo de dissipação de energia.

Para corrigir esta deficiência do modelo, fizemos a correção ilustrada pela figura abaixo:

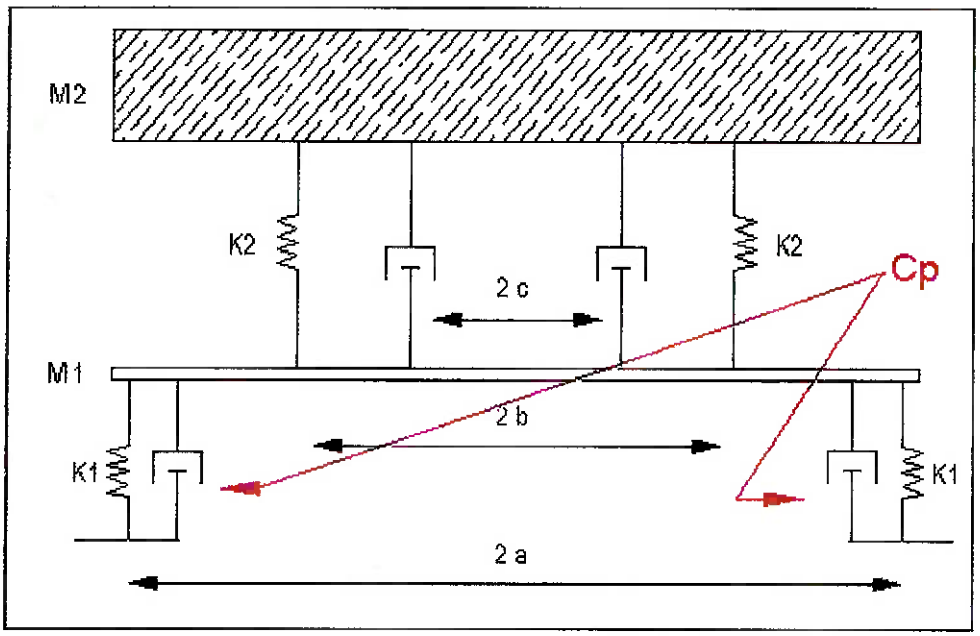

Figura 6 - Modelo corrigido para o simulador 1, a partir do que se considera amortecimento para os pneus.

Como já foi dito anteriormente no capítulo 1, a inserção de um novo componente no sistema não implica nova dedução de equações para o modelo. O coeficiente de amortecimento adotado para os pneus deverá, assim, apenas somar uma nova parcela à matriz de *damping*, que será alterada para:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2(C+C_p) & -2C & 0 & 0 \\ -2C & 2C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2c^2(C+C_p) & -2c^2C \\ 0 & 0 & -2c^2C & 2c^2C \end{bmatrix}$$

O diagrama de blocos já obtido anteriormente não sofrerá alterações, em função do caráter genérico segundo o qual foi desenhado; ou seja, alterando-se a matriz de amortecimento no arquivo de configurações da respectiva simulação é o necessário e suficiente para que o simulador como um todo seja automaticamente readaptado.

5 - Simulações Realizadas

O comportamento do modelo apresentado acima foi unicamente simulado para as seguinte situação, por ser sistema homogêneo:

- Simulação 1 - Partida com posição inicial fora da condição de equilíbrio.

Como o sistema não tem excitações de forças externas, o sistema deveria apenas buscar a sua condição de equilíbrio que é representado pelo vetor:

$$\mathbf{x} = (-0{,}0117 \quad 0{,}0730 \quad 0 \quad 0)^T$$

- A condição inicial imposta é representada por:

$$\mathbf{x} = (0{,}3 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T$$

Até aqui tratamos apenas do sistema na sua versão homogênea. Fazendo-se, porém, pequenas alterações, podemos inserir parcelas referentes às forçantes. Tais alterações são rapidamente executáveis, e novamente é bom que se frise que não existe a necessidade de uma nova dedução global do sistema. Nem a parcela forçante do sistema precisa ser descartada. A diferença é que, para o sistema homogêneo, tal parcela é composta apenas pelas forças gravitacionais; para um novo sistema, não homogêneo, apenas são somadas contribuições das forçantes desejadas. E isto foi feito da maneira mais genérica possível, de forma que obtivemos um novo diagrama de blocos para o primeiro simulador, agora bastante completo, apresentado a seguir:

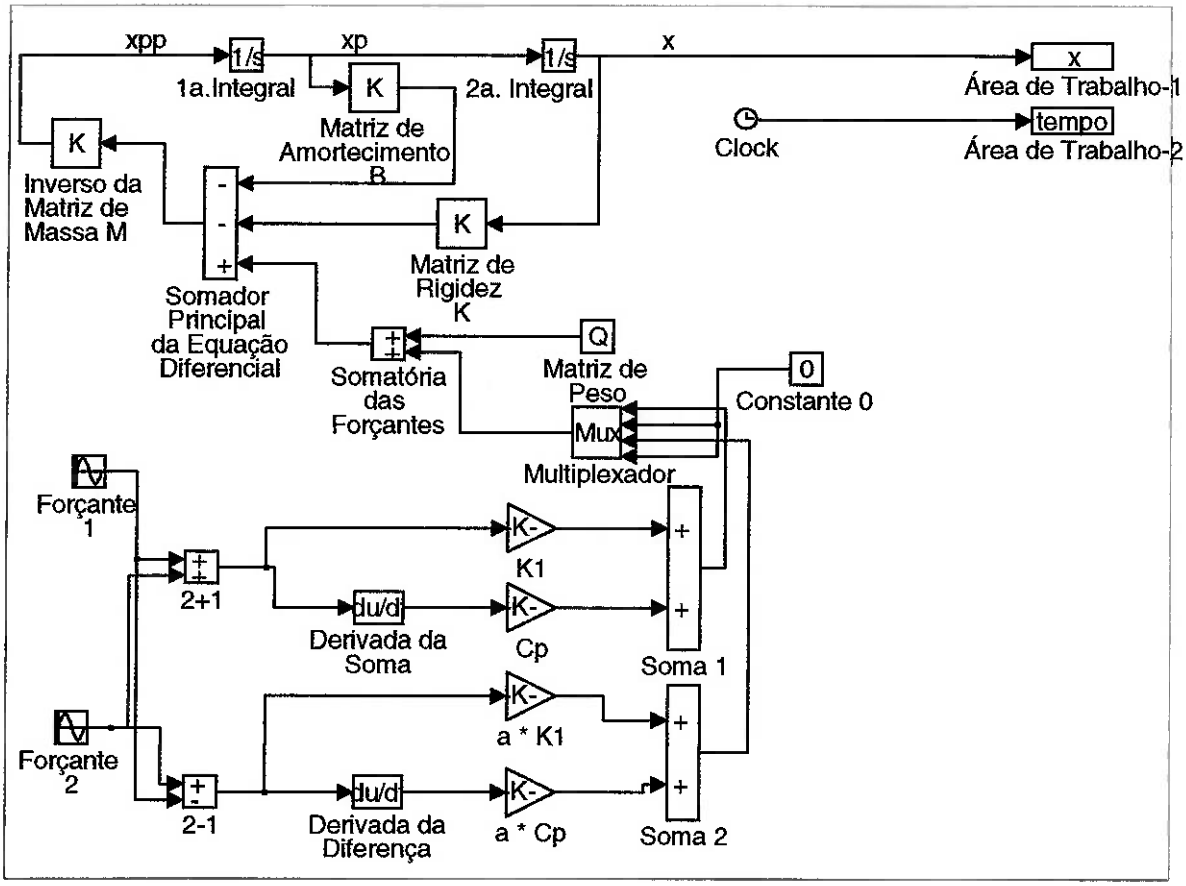

Figura 7 - Diagrama de blocos para o simulador 1, com parcelas forçantes anexadas.

Os blocos "Forçante 1" e "Forçante 2" podem ser qualquer tipo de excitação dinâmica que se deseje aplicar ao sistema. Tinhamos portanto, um leque de opções com relação às possíveis simulações a serem realizadas. Optamos por realizar as seguintes, agora com o sistema não mais homogêneo:

- Simulação 2 - Excitação Senoidal 1:

Mesma função senoidal de onda aplicada em cada um dos pneus, sem que haja diferença de fase entre elas. Os parâmetros da simulação são:

- Amplitude: A = 0,3 m.
- Velocidade de translação do veículo: v = 10 m/s.
- Comprimento de onda: $\lambda = 2$ m.

- Simulação 3 - Excitação Senoidal 2:

O esquema de excitação do conjunto de suspensão é exatamente o mesmo da simulação anterior, com a sutil diferença de que neste caso as forças aplicadas em cada lado do sistema estavam com uma diferença de fase $\phi = \pi/2$. Assim, temos novamente:

- Amplitude: A = 0,3 m.
- Velocidade de translação do veículo: v = 10 m/s.
- Comprimento de onda: $\lambda = 2$ m.

- Simulação 4 - Veículo batendo em pequeno obstáculo 1:

Nesta simulação e na seguinte, o veículo bate num pequeno obstáculo semelhante a uma "tartaruga" de ferro, muito comum em estradas, utilizada como silenciador. A diferença é que nesta os amortecedores do veículos são novos, ao passo em que na seguinte, uma diminuição na constante de amortecimento dos componentens representa um desgaste típico dos mesmos. Foram os seguintes parâmetros utilizados:

- Período de pulso: Pp = 10 s.
- Largura de pulso: Pw = 0.1 m.
- Altura de pulso: Ph = 0.08 m.
- Instante de pulso: Ps = 1.5 s.
- Coeficiente de Amortecimento: nominal de projeto.

- Simulação 5 - Veículo batendo em pequeno obstáculo 2:

Esta simulação é exatamente idêntica à anterior, com a diferença que nesta os amortecedores do veículos são considerados desgastados:

- Período de pulso: Pp = 10 s.
- Largura de pulso: Pw = 0.1 m.
- Altura de pulso: Ph = 0.08 m.
- Instante de pulso: Ps = 1.5 s.
- Coeficiente de Amortecimento: metade do nominal de projeto.

6 - Resultados Obtidos

As simulações realizadas descritas acima nos forneceram como resultados, matrizes contendo os diversos valores das coordenadas generalizadas em função do tempo em que ocorreram tais simulações. Esses valores foram utilizados para a obtenção das plotagens que são apresentadas a seguir, sendo que a distinção entre corpo 1 e 2 será sempre feita pelo azul e vermelho, respectivamente:

- Simulação 1:

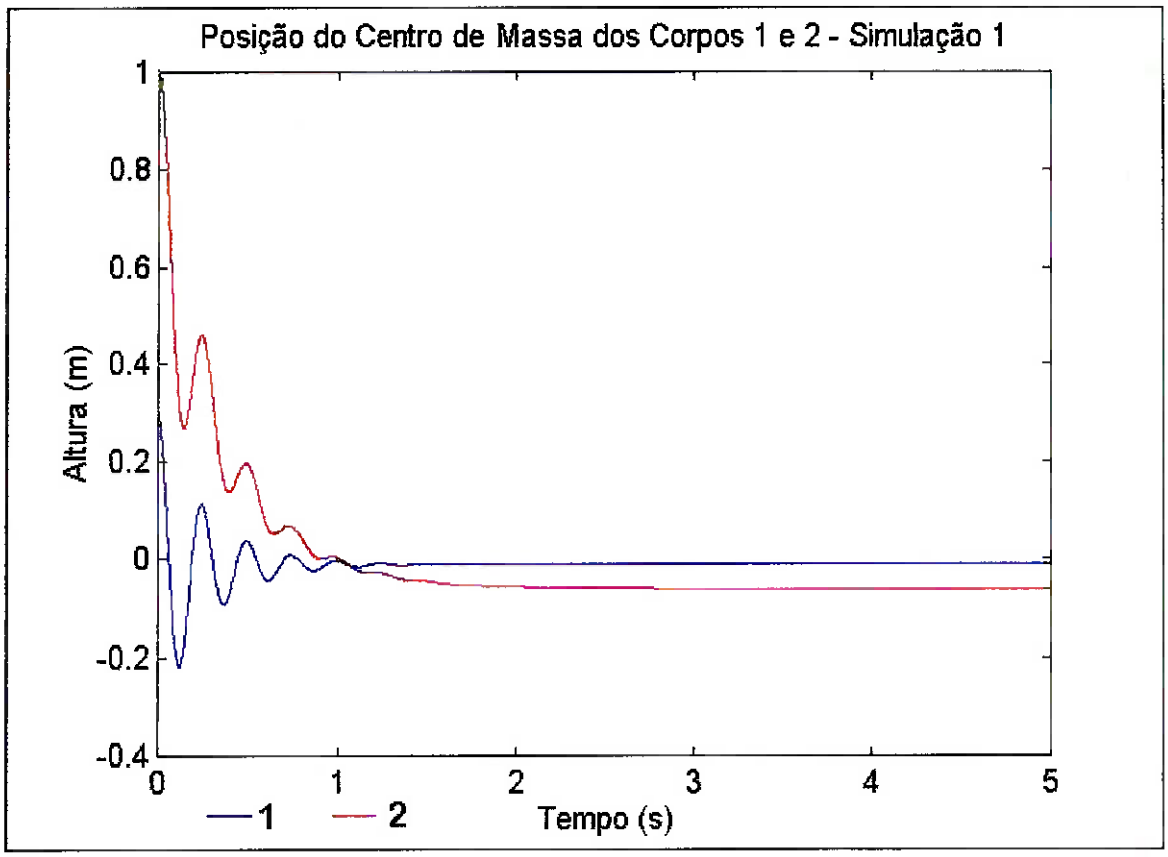

Figura 8 - Posição dos centros de massa dos corpos 1 e 2 para simulação 1.

É bom notarmos que o sistema realmente sofre pequena oscilação amortecida em torno do ponto de equilíbrio que era procurado, e que num período máximo de 1,5 segundos, o mesmo já atingiu a estabilidade.

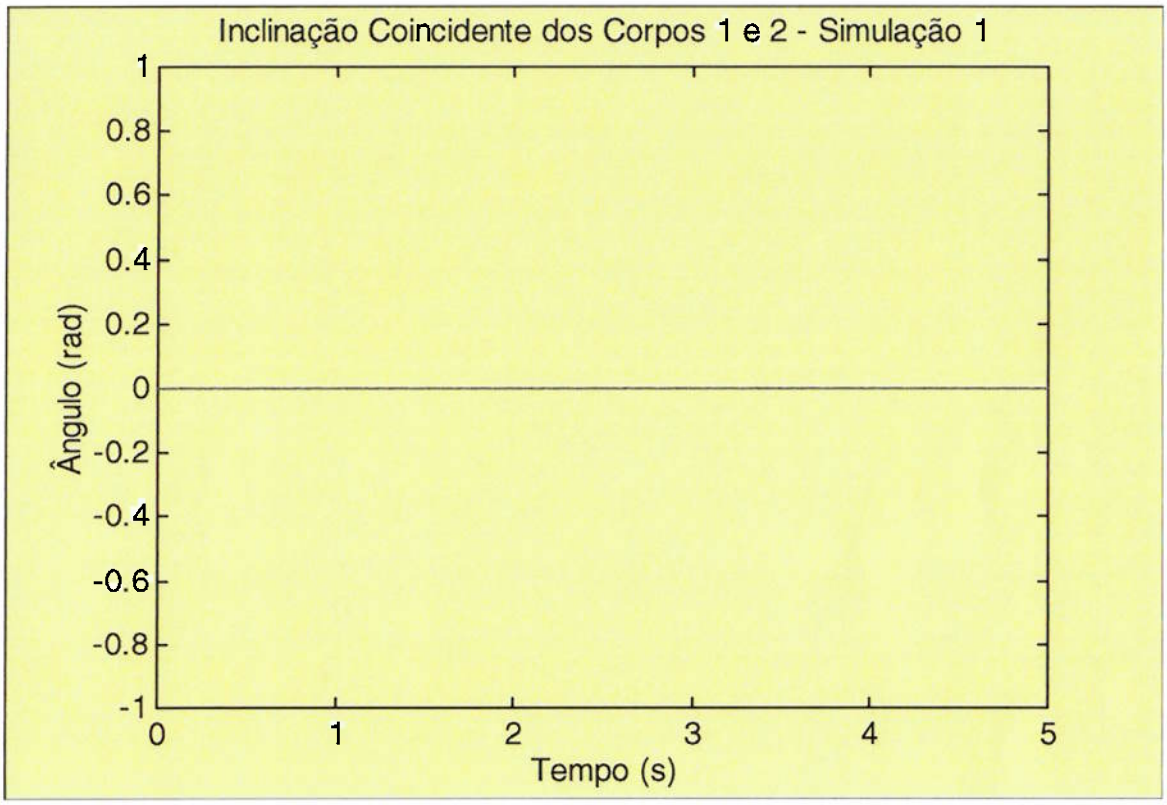

Figura 9 - Inclinação dos corpos 1 e 2 para simulação 1.

O sistema simulado é totalmente simétrico e não há excitações externas, de forma que não há motivo para que exista qualquer inclinação do modelo ao longo de todo o ciclo.

- Simulação 2 :

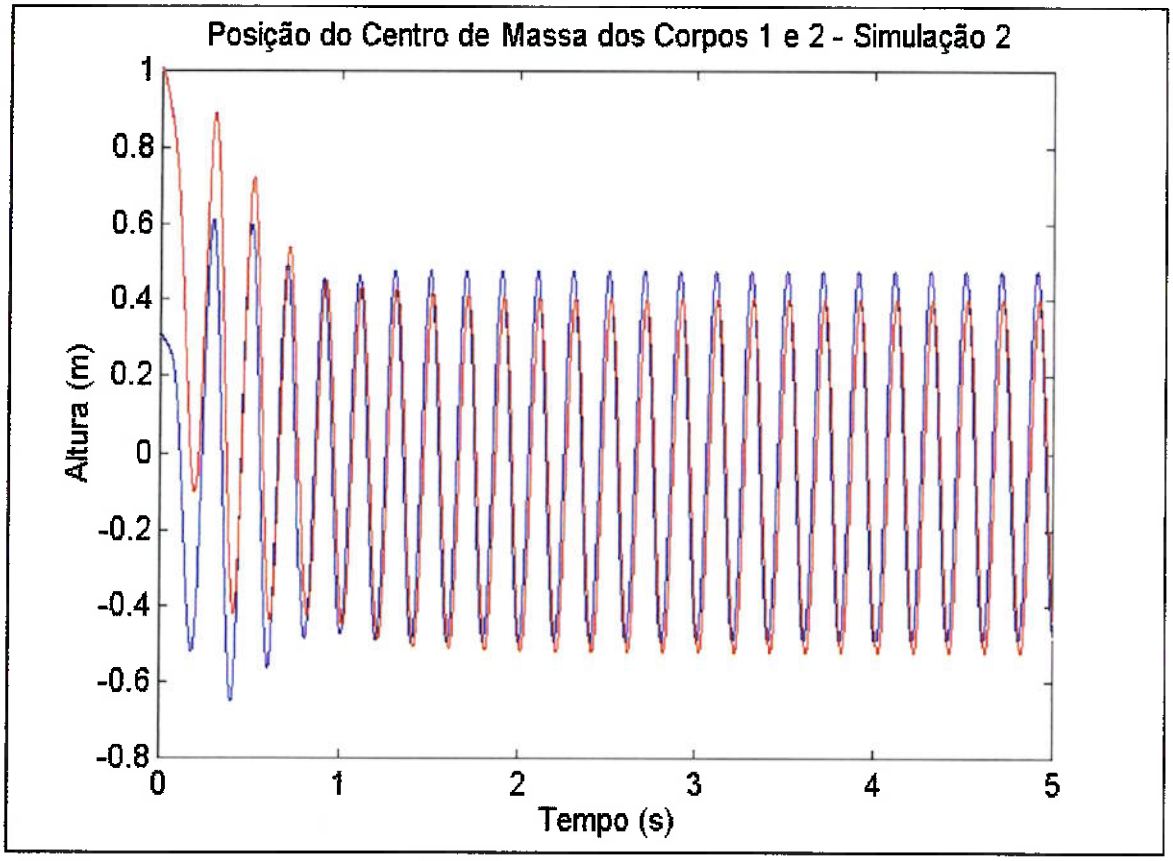

Figura 10 - Posição dos centros de massa dos corpos 1 e 2 para simulação 2.

O sistema sofre um decaimento inicial, para que depois passe a oscilar devido à influência da excitações senoidais aplicadas em fase. Note que a freqüência de vibração é da mesma ordem da freqüencia que excitava o modelo. As coordenadas generalizadas relativas aos ângulos terão um comportamento diferente :

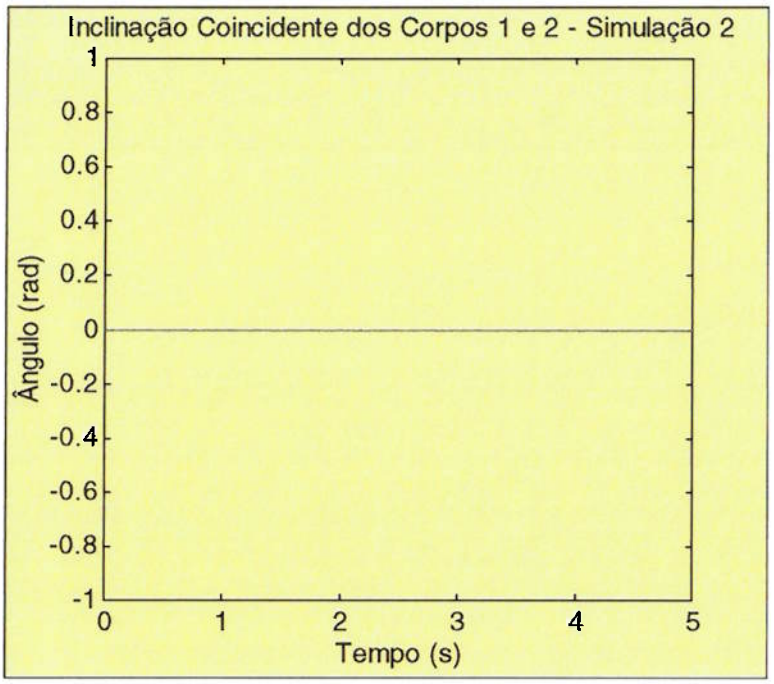

Figura 11 - Inclinação dos corpos 1 e 2 para simulação 2.

Novamente, não esperávamos inclinações dos corpos, uma vez que, mesmo sofrendo excitações senoidais, as mesmas estavam em fase.

- Simulação 3

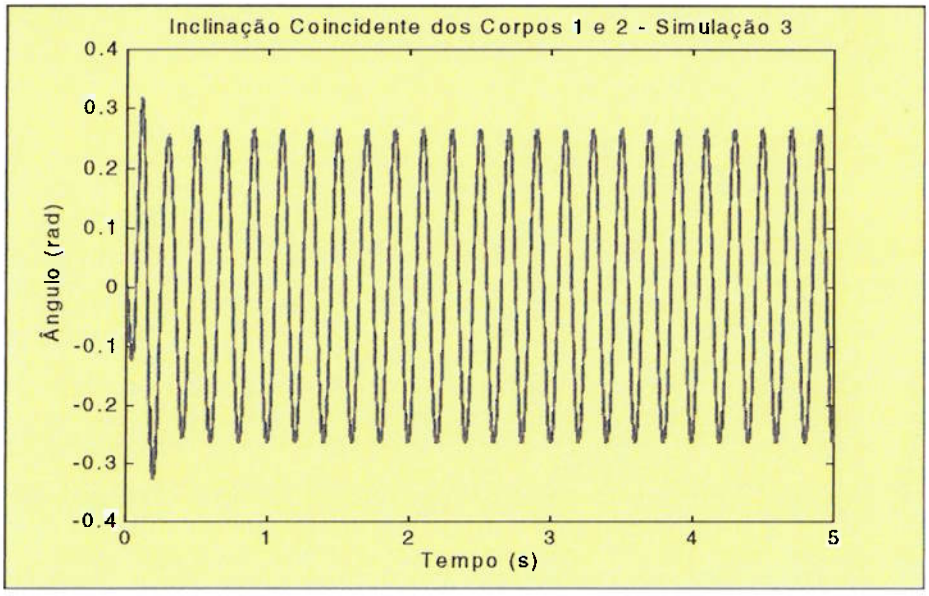

Figura 12 - Inclinação dos corpos 1 e 2 para simulação 3.

- Simulação 4

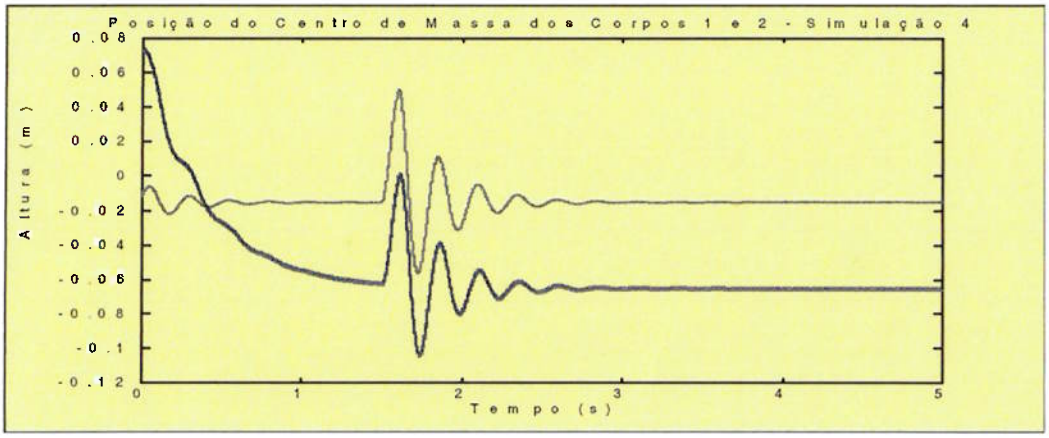

Figura 13 - Posição dos corpos 1 e 2 para simulação 4.

O decaimento inicial nas curvas nada tem de relação com o choque com o pequeno obstáculo; novamente, este comportamento de início de simulação mostra o modelo busca sua condição de equilíbrio estática. Fica claro pela figura acima, que o instante do choque é exatamente em 1.5 segundos.

- Simulação 5

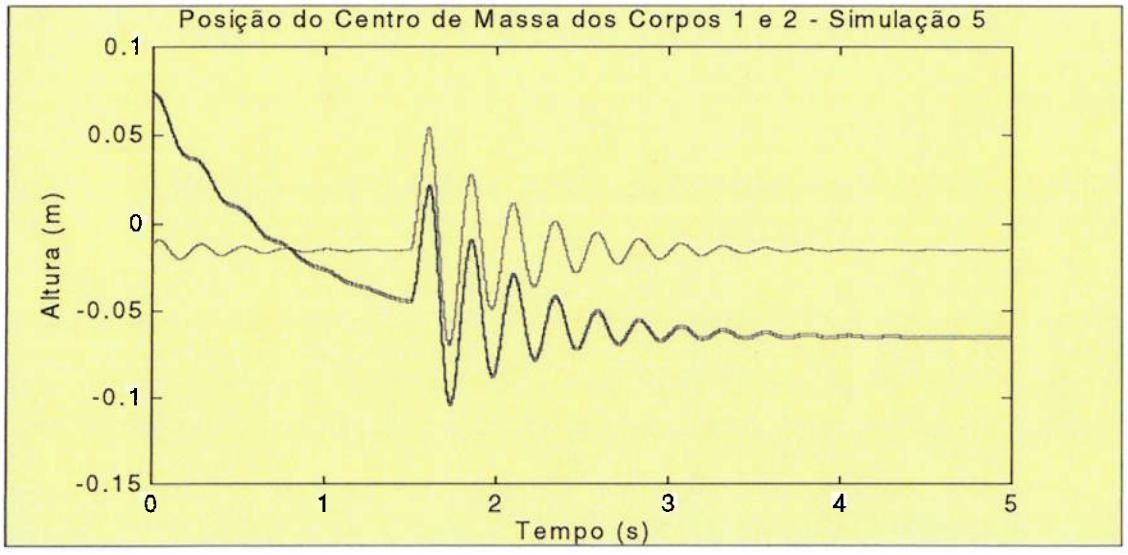

Figura 14 - Posição dos corpos 1 e 2 para simulação 5.

Note que neste caso, o sistema oscila muito mais, em função dos desgastes de amortecedores.

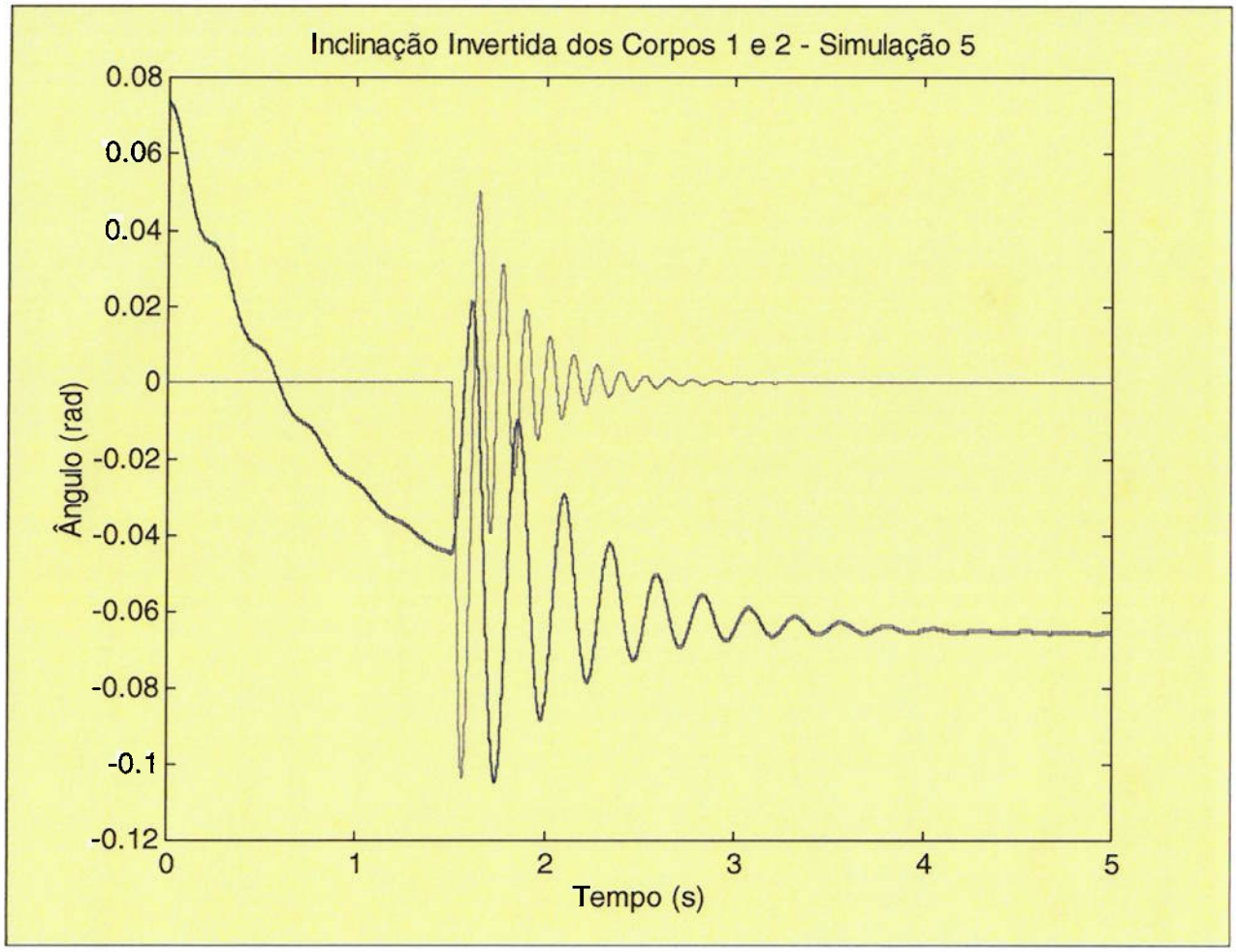

Figura 15 - Inclinação dos corpos 1 e 2 para simulação 5.

Capítulo IV

(Segundo Simulador)

1 - Apresentação

O modelo proposto a seguir segue exatamente os mesmos critérios adotados até aqui, para obtenção do primeiro simulador. Desta forma, esta próxima apresentação será bem mais resumida.

Agora, o sistema estudado é tridimensional e possue um grau de liberdade a mais em relação ao anterior. Aliás, aquele está contido neste, pois o conjunto traseiro da suspensão de veículo estudado é exatamente o mesmo abordado anteriormente. O esquema abaixo representa bem o próximo estudo:

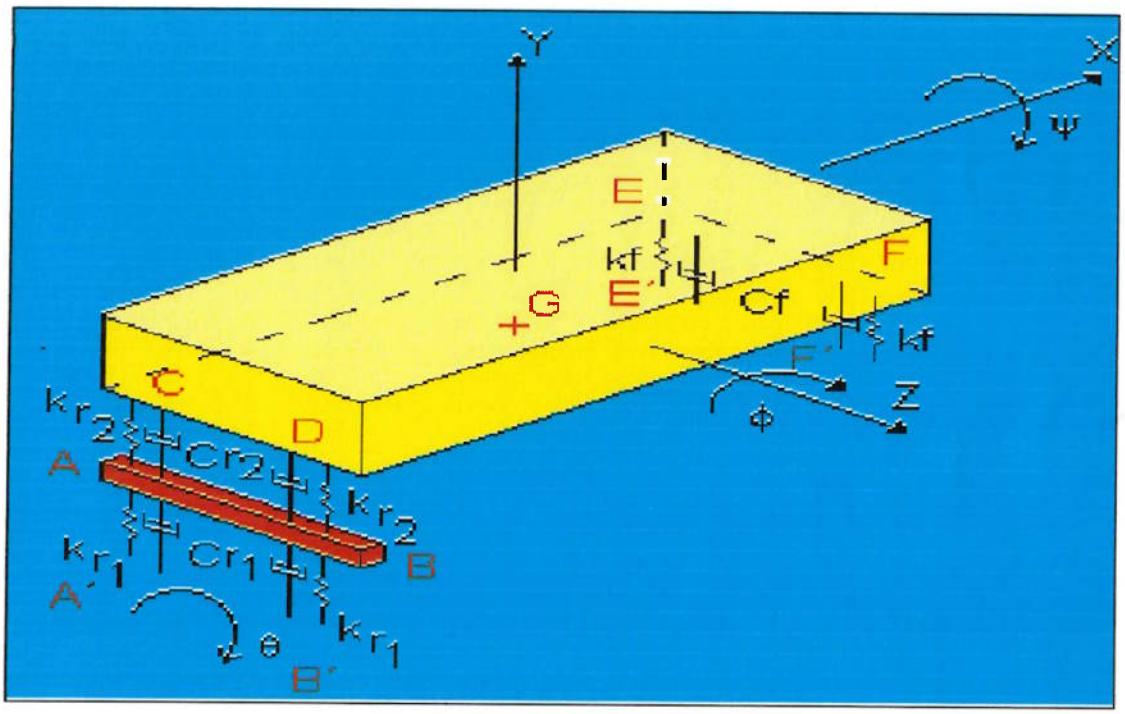

Figura 16 - Esquema mostrando o modelo utilizado para montagem do segundo simulador.

As variáveis de interesse serão: y_1, y_2, ψ, ϕ**Error! Bookmark not defined.**, e θ, representando respectivamente, a posição dos centros de massas dos corpos 1 e 2, e

três ângulos de rotação do modelo em torno dos eixos principais do sistema de coordenadas.

Existe total simetria geométrica e construtiva do modelo: novamente, as massas estão bem distribuídas, amortecedores e molas em posições simétricas e admitidos exatamente idênticos.

2 - Sistema Matricial e Diagrama de Blocos

Desprezando-se os termos estáticos, e rearranjando as equações, obtemos o seguinte sistema matricial: $M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = Q$

$$M\ddot{x} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} ; \quad Q = \begin{bmatrix} -Mg + k_f(y_e' + y_f') + C_f(\dot{y}_e' + \dot{y}_f') + k_{r2}(y_c' + y_d') \\ -mg + k_{r1}(y_a' + y_b') + C_{r1}(\dot{y}_a' + \dot{y}_b') \\ +k_{r2}(y_c'.a - y_d'.a) + k_f(y_e'.a - y_f'.a) + C_f(a\dot{y}_e' - a\dot{y}_f') \\ -k_{r2}(y_c' + y_d') + k_f(dy_f' + dy_e') + C_f(\dot{y}_f'.d + \dot{y}_e'.d) \\ +k_{r1}(ay_b' - ay_a') + C_{r1}(\dot{y}_b'.a - \dot{y}_a'.a) \end{bmatrix}$$

$$B\dot{x} = \begin{bmatrix} 2(C_{r2}+C_f) & -2C_{r2} & 0 & 2(dC_f - bC_{r2}) & 0 \\ 2C_{r2} & 2(C_{r1}-C_{r2}) & 0 & -2bC_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & 2a^2(C_{r2}+C_f) & 0 & 2a^2C_{r2} \\ 2dC_f & 0 & 0 & 2(b^2C_{r2}+d^2C_f) & 0 \\ 0 & 0 & 2a^2C_{r2} & 0 & 2a^2(C_{r2}+C_{r1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2(k_{r2}+k_f) & 0 & 0 & 2(dk_f - bk_{r2}) & 0 \\ 2k_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2a^2(k_{r2}+k_f) & 0 & 0 \\ 2(k_f - k_{r2}) & 0 & 0 & (2bk_{r2}+2dk_f) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2a^2k_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ y_1 \\ \psi \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix}$$

Tal sistema matricial nos fornece o diagrama de blocos feitos para o **MATLAB-SIMULINK** apresentado a seguir:

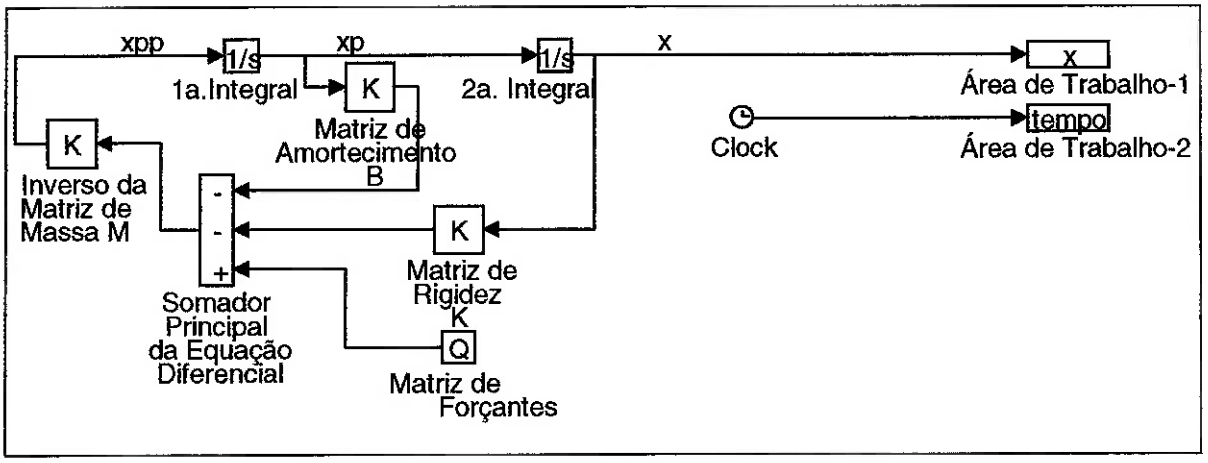

Figura 17 - Diagrama de blocos para o simulador 2.

Bibliografia

- *Schwarz, Ralph J. e Friedland, Bernard, "Sistemas Lineares 1", 2ª ed., Editora da Universidade de São Paulo, 1972.*
- *Orsini, Luiz de Queiroz, "Introdução aos Sistemas Dinâmicos", Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1985.*
- *Pesce, Celso Pupo e Donha, D.C., "Elementos da Teoria de Sistemas Lineares" e "Elementos de Dinâmica Não-Linear" em "Instabilidade Dinâmica de Navios", Departamento de Engenharia Naval e Oceânica - EPUSP, São Paulo, 1995.*
- *Antas, Luiz Mendes, "Dicionário de Termos Técnicos - Português/Inglês", 1ª ed., Traço Editora Ltda, São Paulo, 1983.*

Apêndice - Dados Ilustrativos

A seguir são apresentados algumas informações técnicas fornecidas pela General Motors do Brasil, a respeito da sua pick-up S-10 Standard, que desempenharam importante papel no sentido de ilustrar este trabalho com grandezas físicas de projeto, e portanto, bem próximas da realidade:

- Massa total: 1440 Kg.
- Carregamento sobre a suspensão traseira: 610 Kg.
- Carregamento sobre a suspensão dianteira: 830 Kg.
- Massa da barra de suspensão traseira: 70 Kg.
- Massa do conjunto de freio traseiro (cada lado): 14,5 Kg.
- Motorização : a gasolina 2.2 l, 4 cilindros em linha, tração 4x2.
- Constante elástica do feixe de mola traseiro (estágio 1): 3,5 Kgf/mm.
- Constante elástica do feixe de mola traseiro (estágio 2): 5,0 Kgf/mm.
- Distância entre eixos: 2710 mm.
- Distância entre pneus: 1390 mm.
- Largura total: 2010 mm.
- Comprimento total: 4600 mm.